

## جدول کامل تبدیلات لاپلاس

# Laplace Transforms

|     | $f(x)$                                  | $F(s) = \mathcal{L}\{f(x)\}$   |
|-----|---|--|
| 1.  | 1                                       | $\frac{1}{s} \quad (s > 0)$  |
| 2.  | $x$                                     | $\frac{1}{s^2} \quad (s > 0)$  |
| 3.  | $x^{n-1} \quad (n = 1, 2, \dots)$       | $\frac{(n-1)!}{s^n} \quad (s > 0)$                                       |
| 4.  | $\sqrt{x}$                              | $\frac{1}{2}\sqrt{\pi}s^{-3/2} \quad (s > 0)$                            |
| 5.  | $1/\sqrt{x}$                            | $\sqrt{\pi}s^{-1/2} \quad (s > 0)$                                       |
| 6.  | $x^{n-1/2} \quad (n = 1, 2, \dots)$     | $\frac{(1)(3)(5) \cdots (2n-1)\sqrt{\pi}}{2^n} s^{-n-1/2} \quad (s > 0)$ |
| 7.  | $e^{ax}$                                | $\frac{1}{s-a} \quad (s > a)$  |
| 8.  | $\sin ax$                               | $\frac{a}{s^2+a^2} \quad (s > 0)$  |
| 9.  | $\cos ax$                               | $\frac{s}{s^2+a^2} \quad s > 0$  |
| 10. | $\sinh ax$                              | $\frac{a}{s^2-a^2} \quad (s >  a )$                                      |
| 11. | $\cosh ax$                              | $\frac{s}{s^2-a^2} \quad (s >  a )$                                      |
| 12. | $x \sin ax$                             | $\frac{2as}{(s^2+a^2)^2} \quad (s > 0)$                                  |
| 13. | $x \cos ax$                             | $\frac{s^2-a^2}{(s^2+a^2)^2} \quad (s > 0)$                              |
| 14. | $x^{n-1}e^{ax} \quad (n = 1, 2, \dots)$ | $\frac{(n-1)!}{(s-a)^n} \quad (s > a)$                                   |

|     | $f(x)$  | $F(s) = \mathcal{L}\{f(x)\}$               |
|-----|---|--|
| 15. | $e^{bx} \sin ax$  | $\frac{a}{(s-b)^2 + a^2} \quad (s > b)$    |
| 16. | $e^{bx} \cos ax$  | $\frac{s-b}{(s-b)^2 + a^2} \quad (s > b)$  |
| 17. | $\sin ax - ax \cos ax$  | $\frac{2a^3}{(s^2 + a^2)^2} \quad (s > 0)$ |
| 18. | $\frac{1}{a} e^{-x/a}$  | $\frac{1}{1+as}$                           |
| 19. | $\frac{1}{a}(e^{ax} - 1)$   | $\frac{1}{s(s-a)}$                         |
| 20. | $1 - e^{-x/a}$  | $\frac{1}{s(1+as)}$                        |
| 21. | $\frac{1}{a^2} x e^{-x/a}$  | $\frac{1}{(1+as)^2}$                       |
| 22. | $\frac{e^{ax} - e^{bx}}{a-b}$   | $\frac{1}{(s-a)(s-b)}$                     |
| 23. | $\frac{e^{-x/a} - e^{-x/b}}{a-b}$   | $\frac{1}{(1+as)(1+bs)}$                   |
| 24. | $(1+ax)e^{ax}$  | $\frac{s}{(s-a)^2}$                        |
| 25. | $\frac{1}{a^3}(a-x)e^{-x/a}$  | $\frac{s}{(1+as)^2}$                       |
| 26. | $\frac{ae^{ax} - be^{bx}}{a-b}$   | $\frac{s}{(s-a)(s-b)}$                     |
| 27. | $\frac{ae^{-x/b} - be^{-x/a}}{ab(a-b)}$   | $\frac{s}{(1+as)(1+bs)}$                   |
| 28. | $\frac{1}{a^2}(e^{ax} - 1 - ax)$  | $\frac{1}{s^2(s-a)}$                       |
| 29. | $\sin^2 ax$   | $\frac{2a^2}{s(s^2 + 4a^2)}$               |
| 30. | $\sinh^2 ax$  | $\frac{2a^2}{s(s^2 - 4a^2)}$               |
| 31. | $\frac{1}{\sqrt{2}} \left( \cosh \frac{ax}{\sqrt{2}} \sin \frac{ax}{\sqrt{2}} - \sinh \frac{ax}{\sqrt{2}} \cos \frac{ax}{\sqrt{2}} \right)$ | $\frac{a^3}{s^4 + a^4}$                    |

|     | $f(x)$  | $F(s) = \mathcal{L}\{f(x)\}$       |
|-----|---|------------------------------------|
| 32. | $\sin \frac{ax}{\sqrt{2}} \sinh \frac{ax}{\sqrt{2}}$  | $\frac{a^2 s}{s^4 + a^4}$          |
| 33. | $\frac{1}{\sqrt{2}} \left( \cos \frac{ax}{\sqrt{2}} \sinh \frac{ax}{\sqrt{2}} + \sin \frac{ax}{\sqrt{2}} \cosh \frac{ax}{\sqrt{2}} \right)$ | $\frac{as^2}{s^4 + a^4}$           |
| 34. | $\cos \frac{ax}{\sqrt{2}} \cosh \frac{ax}{\sqrt{2}}$  | $\frac{s^3}{s^4 + a^4}$            |
| 35. | $\frac{1}{2}(\sinh ax - \sin ax)$   | $\frac{a^3}{s^4 - a^4}$            |
| 36. | $\frac{1}{2}(\cosh ax - \cos ax)$   | $\frac{a^2 s}{s^4 - a^4}$          |
| 37. | $\frac{1}{2}(\sinh ax + \sin ax)$   | $\frac{as^2}{s^4 - a^4}$           |
| 38. | $\frac{1}{2}(\cosh ax + \cos ax)$   | $\frac{s^3}{s^4 - a^4}$            |
| 39. | $\sin ax \sinh ax$  | $\frac{2a^2 s}{s^4 + 4a^4}$        |
| 40. | $\cos ax \sinh ax$  | $\frac{a(s^2 - 2a^2)}{s^4 + 4a^4}$ |
| 41. | $\sin ax \cosh ax$  | $\frac{a(s^2 + 2a^2)}{s^4 + 4a^4}$ |
| 42. | $\cos ax \cosh ax$  | $\frac{s^3}{s^4 + 4a^4}$           |
| 43. | $\frac{1}{2}(\sin ax + ax \cos ax)$   | $\frac{as^2}{(s^2 + a^2)^2}$       |
| 44. | $\cos ax - \frac{ax}{2} \sin ax$  | $\frac{s^3}{(s^2 + a^2)^2}$        |
| 45. | $\frac{1}{2}(ax \cosh ax - \sinh ax)$   | $\frac{a^3}{(s^2 - a^2)^2}$        |
| 46. | $\frac{x}{2} \sinh ax$  | $\frac{as}{(s^2 - a^2)^2}$         |
| 47. | $\frac{1}{2}(\sinh ax + ax \cosh ax)$   | $\frac{as^2}{(s^2 - a^2)^2}$       |
| 48. | $\cosh ax + \frac{ax}{2} \sinh ax$  | $\frac{s^3}{(s^2 - a^2)^2}$        |

|     | $f(x)$   | $F(s) = \mathcal{L}\{f(x)\}$              |
|-----|--|---|
| 49. | $\frac{a \sin bx - b \sin ax}{a^2 - b^2}$          | $\frac{ab}{(s^2 + a^2)(s^2 + b^2)}$       |
| 50. | $\frac{\cos bx - \cos ax}{a^2 - b^2}$              | $\frac{s}{(s^2 + a^2)(s^2 + b^2)}$        |
| 51. | $\frac{a \sin ax - b \sin bx}{a^2 - b^2}$          | $\frac{s^2}{(s^2 + a^2)(s^2 + b^2)}$      |
| 52. | $\frac{a^2 \cos ax - b^2 \cos bx}{a^2 - b^2}$      | $\frac{s^3}{(s^2 + a^2)(s^2 + b^2)}$      |
| 53. | $\frac{b \sinh ax - a \sinh bx}{a^2 - b^2}$        | $\frac{ab}{(s^2 - a^2)(s^2 - b^2)}$       |
| 54. | $\frac{\cosh ax - \cosh bx}{a^2 - b^2}$            | $\frac{s}{(s^2 - a^2)(s^2 - b^2)}$        |
| 55. | $\frac{a \sinh ax - b \sin bx}{a^2 - b^2}$         | $\frac{s^2}{(s^2 - a^2)(s^2 - b^2)}$      |
| 56. | $\frac{a^2 \cosh ax - b^2 \cosh bx}{a^2 - b^2}$    | $\frac{s^3}{(s^2 - a^2)(s^2 - b^2)}$      |
| 57. | $x - \frac{1}{a} \sin ax$                          | $\frac{a^2}{s^2(s^2 + a^2)}$              |
| 58. | $\frac{1}{a} \sinh ax - x$                         | $\frac{a^2}{s^2(s^2 - a^2)}$              |
| 59. | $1 - \cos ax - \frac{ax}{2} \sin ax$               | $\frac{a^4}{s(s^2 + a^2)^2}$              |
| 60. | $1 - \cosh ax + \frac{ax}{2} \sinh ax$             | $\frac{a^4}{s(s^2 - a^2)^2}$              |
| 61. | $1 + \frac{b^2 \cos ax - a^2 \cos bx}{a^2 - b^2}$  | $\frac{a^2 b^2}{s(s^2 + a^2)(s^2 + b^2)}$ |
| 62. | $1 + \frac{b^2 \cos ax - a^2 \cosh bx}{a^2 - b^2}$ | $\frac{a^2 b^2}{s(s^2 - a^2)(s^2 - b^2)}$ |
| 63. | $\frac{1}{8}[(3 - a^2 x^2) \sin ax - 3ax \cos ax]$ | $\frac{a^5}{(s^2 + a^2)^3}$               |
| 64. | $\frac{x}{8}[\sin ax - ax \cos ax]$                | $\frac{a^3 s}{(s^2 + a^2)^3}$             |
| 65. | $\frac{1}{8}[(1 + a^2 x^2) \sin ax - ax \cos ax]$  | $\frac{a^3 s^2}{(s^2 + a^2)^3}$           |

|     | $f(x)$   | $F(s) = \mathcal{L}\{f(x)\}$                  |
|-----|--|---|
| 66. | $\frac{1}{8}[(3 + a^2x^2) \sinh ax - 3ax \cosh ax]$  | $\frac{a^5}{(s^2 - a^2)^3}$                   |
| 67. | $\frac{x}{8}(ax \cosh ax - \sinh ax)$  | $\frac{a^3s}{(s^2 - a^2)^3}$                  |
| 68. | $\frac{1}{8}[ax \cosh ax - (1 - a^2x^2) \sinh ax]$   | $\frac{a^3s^2}{(s^2 - a^2)^3}$                |
| 69. | $\frac{1}{n!}(1 - e^{-x/a})^n$   | $\frac{1}{s(as + 1)(as + 2) \cdots (as + n)}$ |
| 70. | $\sin(ax + b)$   | $\frac{s \sin b + a \cos b}{s^2 + a^2}$       |
| 71. | $\cos(ax + b)$   | $\frac{s \cos b - a \sin b}{s^2 + a^2}$       |
| 72. | $e^{-ax} - e^{ax/2} \left( \cos \frac{ax\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3} \sin \frac{ax\sqrt{3}}{2} \right)$ | $\frac{3a^2}{s^3 + a^3}$                      |
| 73. | $\frac{1 + 2ax}{\sqrt{\pi x}}$   | $\frac{s + a}{s\sqrt{s}}$                     |
| 74. | $e^{-ax}/\sqrt{\pi x}$   | $\frac{1}{\sqrt{s + a}}$                      |
| 75. | $\frac{1}{2x\sqrt{\pi x}}(e^{bx} - e^{ax})$  | $\sqrt{s - a} - \sqrt{s - b}$                 |
| 76. | $\frac{1}{\sqrt{\pi x}} \cos 2\sqrt{ax}$   | $\frac{1}{\sqrt{s}} e^{-a/s}$                 |
| 77. | $\frac{1}{\sqrt{\pi x}} \cosh 2\sqrt{ax}$  | $\frac{1}{\sqrt{s}} e^{a/s}$                  |
| 78. | $\frac{1}{\sqrt{a\pi}} \sin 2\sqrt{ax}$  | $s^{-3/2} e^{-a/s}$                           |
| 79. | $\frac{1}{\sqrt{a\pi}} \sinh 2\sqrt{ax}$   | $s^{-3/2} e^{a/s}$                            |
| 80. | $J_0(2\sqrt{ax})$  | $\frac{1}{s} e^{-a/s}$                        |
| 81. | $\sqrt{x/a} J_1(2\sqrt{ax})$   | $\frac{1}{s^2} e^{-a/s}$                      |
| 82. | $(x/a)^{(p-1)/2} J_{p-1}(2\sqrt{ax}) \quad (p > 0)$  | $s^{-p} e^{-a/s}$                             |

|     | $f(x)$  | $F(s) = \mathcal{L}\{f(x)\}$  |
|-----|---|---|
| 83. | $J_0(x)$  | $\frac{1}{\sqrt{s^2 + 1}}$  |
| 84. | $J_1(x)$  | $\frac{\sqrt{s^2 + 1} - s}{\sqrt{s^2 + 1}}$   |
| 85. | $J_p(x) \quad (p > -1)$                                 | $\frac{(\sqrt{s^2 + 1} - s)^p}{\sqrt{s^2 + 1}}$   |
| 86. | $x^\rho J_\rho(ax) \quad \left(p > -\frac{1}{2}\right)$ | $\frac{(2a)^\rho \Gamma(\rho + \frac{1}{2})}{\sqrt{\pi}(s^2 + a^2)^{\rho + (1/2)}}$         |
| 87. | $\frac{x^{\rho-1}}{\Gamma(\rho)} \quad (p > 0)$         | $\frac{1}{s^\rho}$  |
| 88. | $\frac{4^n n!}{(2n)! \sqrt{\pi}} x^{n-(1/2)}$           | $\frac{1}{s^n \sqrt{s}}$  |
| 89. | $\frac{x^{\rho-1}}{\Gamma(\rho)} e^{-ax} \quad (p > 0)$ | $\frac{1}{(s+a)^\rho}$  |
| 90. | $\frac{1 - e^{ax}}{x}$                                  | $\ln \frac{s-a}{s}$   |
| 91. | $\frac{e^{bx} - e^{ax}}{x}$                             | $\ln \frac{s-a}{s-b}$   |
| 92. | $\frac{2}{x} \sinh ax$                                  | $\ln \frac{s+a}{s-a}$   |
| 93. | $\frac{2}{x} (1 - \cos ax)$                             | $\ln \frac{s^2 + a^2}{s^2}$   |
| 94. | $\frac{2}{x} (\cos bx - \cos ax)$                       | $\ln \frac{s^2 + a^2}{s^2 + b^2}$   |
| 95. | $\frac{\sin ax}{x}$                                     | $\arctan \frac{a}{s}$   |
| 96. | $\frac{2}{x} \sin ax \cos bx$                           | $\arctan \frac{2as}{s^2 - a^2 + b^2}$   |
| 97. | $\sin lax$  | $\left(\frac{a}{s^2 + a^2}\right) \left(\frac{1 + e^{-(\pi/a)s}}{1 - e^{-(\pi/a)s}}\right)$ |

